

# Als de oplossing niet voor de hand ligt



By HikingArtist.com

# Inhoud

Inleiding	2
Leren, een complex geheel	3
Systematisch werken	5
Systematische Probleem Aanpak (SPA)	8
Een voorbeeld	10
Blokkades	12
Literatuur	13
SPA-kaart	14



Bernard, versie 1.0, 2014

Dit boekje is uitgegeven onder de Creative Commons licentie Naamsvermelding (cc by).

Met dank aan Marienke, Stieneke, Maartje, Marjan, Hans en Mark.

Plaatje voorkant (cc by-nd): met dank aan de HikingArtist  
(<http://hikingartist.com/2011/09/01/green-help-desk-in-labyrinth-illustration/>)

Plaatje bladzijde 4 (cc by-nd): met dank aan de HikingArtist  
(<http://hikingartist.com/2012/07/25/knowledge-without-action-drawing/>)

Plaatje bladzijde 14 (cc by-nd): met dank aan de HikingArtist  
(<http://hikingartist.com/2012/01/18/free-drawings-about-copyright-internet/books-stack/>)

Plaatje achterop (cc by-nd): met dank aan de HikingArtist  
(<http://www.hikingartist.net/media.details.php?mediaID=80>)

# Inleiding

Het oplossen van vraagstukken wordt in de bovenbouw ineens een stuk lastiger dan in de onderbouw. Je komt moeilijker tot een goed antwoord. Waar komt dat door? En is daar iets aan te doen? In dit boekje bespreken we hoe je vraagstukken kunt uitwerken. Bovendien gaan we er op in waarom het goed is om in dit proces af en toe vast te lopen (we noemen dit een blokkade) en wat je dan kunt doen.

Mettes en Pilot (1980) beschrijven het oplossen van vraagstukken als een proces waarbij leerlingen het gat tussen vraag en oplossing moeten zien te overbruggen.

**Een eenvoudige berekening is een berekening van maximaal twee denkstappen.**

Natuurkunde exameneisen  
havo (2015) en vwo (2016)

Het gaat niet langer om het geven van een antwoord maar het gaat vooral om het zoeken naar een antwoord.

Naar mate je verder komt in je leerproces wordt het gat tussen de vraag en de oplossing steeds groter. Je hebt dus ook steeds meer inzicht nodig om het antwoord te vinden.

In het examenprogramma voor de havo en het vwo wordt gesproken over denkstappen die moeten worden gemaakt. Hiermee wordt bedoeld dat je zelf gekozen tussen antwoorden nodig hebt om een vraagstuk op te lossen. Het is dus belangrijk dat je leert om steeds meer van deze denkstappen te maken.

# Leren, een complex geheel

Leren is een complex geheel maar in de praktijk merk je hier niet zo veel van. Je leert alle vaardigheden die je nodig hebt in kleine stapjes aan. Pas als je vastloopt wordt het tijd om eens goed naar het leerproces te kijken. Om de blokkades beter te kunnen herkennen beschrijven we hier in het kort de verschillende vaardigheden die van belang zijn bij het leren:

- Informatie opnemen en verwerken
- Informatie beoordelen
- Informatie toepassen
- Informatie (re)produceren

## Informatie opnemen en verwerken

Informatie wordt niet vanzelf opgeslagen. Je hebt geleerd om goed te luisteren, te lezen en te onthouden. Je weet zelf meestal wel of dit goed gaat. Bovendien heb je eerder opgedane kennis nodig om een vraagstuk te kunnen begrijpen en op te lossen.

## Informatie beoordelen

Je krijgt als leerling veel informatie. Een deel van deze informatie weet je al (voorkennis). Daarnaast moet alle informatie geanalyseerd worden (wat is de hoofdzaak, welke redenering wordt gevolgd, wat betekenen die tabellen of grafieken, ...). Door de informatie goed te ordenen sla je de informatie efficiënter op.



## Informatie toepassen

Bij het aanpakken van vraagstukken moet je de juiste informatie selecteren en toepassen. Eventuele blokkades worden hier vaak voor het eerst duidelijk.

Als vraagstukken systematisch worden aangepakt worden blokkades sneller zichtbaar. Onder andere:

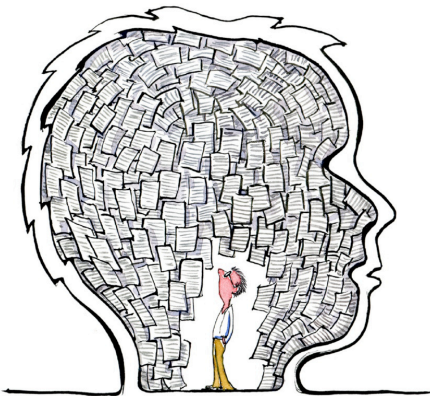
- Deelproblemen worden niet herkend.
- Je mist informatie of weet niet dat bepaalde informatie gebruikt moet worden.
- Je mist handigheid bij het uitwerken van standaard oplossingen.

Verderop beschrijven we een systematische manier om vraagstukken aan te pakken.

## Informatie (re)produceren

Als alles goed geoefend is komt het moment dat je het geleerde moet (re)produceren bij een proefwerk. Om je hierop goed te kunnen

voorbereiden moet je van te voren begrijpen wat er verwacht wordt bij een proefwerk. Ook moet je weten hoe je een antwoord formuleert en hoe je bij een berekening laat zien welke strategie je hebt gebruikt.



What good is knowledge  
without action?

HikingArtist.com

# Systematisch werken

Hoe komt het dat je soms wel over de juiste kennis beschikt maar er niet in slaagt een probleem op te lossen?

In de bovenbouw merken leerlingen dat een standaard stappenplan niet altijd meer tot een gegarandeerd antwoord leiden. Vakkennis wordt steeds gedetailleerder, je moet vaker keuzes maken (kan en mag ik deze theorie hier wel gebruiken?) en er is niet meer één vaste manier om bij een antwoord te komen.

Door vragen systematisch aan te pakken vergroot je de kans om een (goed) antwoord te vinden. Daarnaast merk je beter waar je vastloopt en kan je de blokkade oplossen. Als je dit vaker doet wordt je meer ervaren in het aanpakken van problemen. De kans om vraagstukken succesvol op te lossen wordt daarmee groter.

De basis van systematisch werken is heel simpel:

- Je leest en begrijpt de vraag
- Je werkt de opgave uit

We splitsen deze systematische aanpak nog wat verder op. Je gaat de vraag eerst **lezen** (en begrijpen). Vervolgens moet je de vraag ook nog kunnen **verwoorden** (wat gebeurt er nu precies, waar gaat dit probleem over).

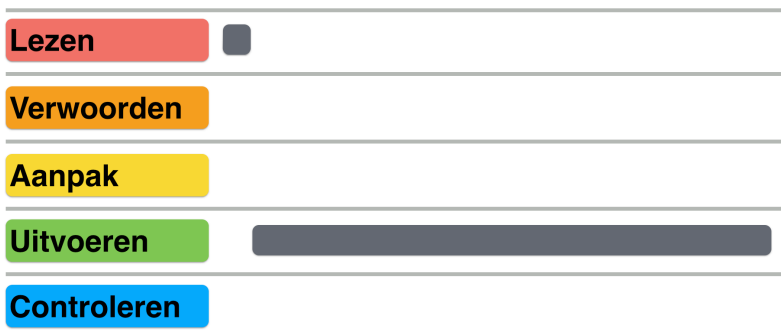
Als alles duidelijk is ga je uitzoeken hoe je bij je antwoord kan komen. Er moet een plan, een **aanpak** bedacht worden. Deze aanpak leidt misschien wel, maar misschien ook nog wel niet tot het juiste antwoord.

Dan ga je het plan **uitvoeren**. Mocht je met dit plan niet tot het goede antwoord komen dan verzin je een andere aanpak.

Tijdens het werken moet je steeds **controleren** of de antwoorden wel reëel zijn. Een fietser die bijvoorbeeld fietst met een snelheid van 1287 km/h is niet heel erg realistisch.

Schoenfeld (1972) geeft aan dat de manier om problemen op te lossen door ervaring verandert. In eerste instantie lezen leerlingen de vraag en gaan dan snel aan het rekenen.

Schematisch ziet de systematische probleemaanpak van een **onervaren leerling** er als volgt uit:

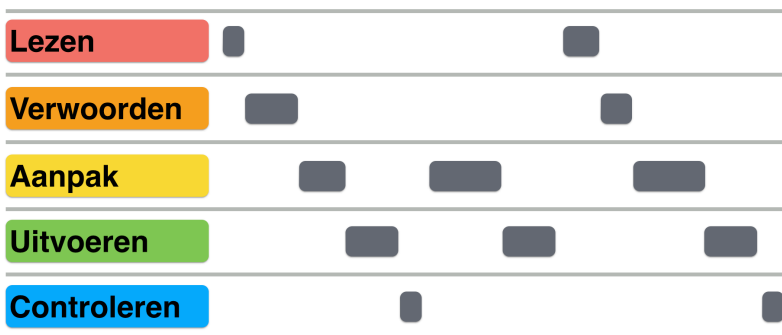


In de bovenbouw verandert de complexiteit van de opgaven en wordt van je gevraagd om meerdere denkstappen te maken. Een leerling met meer ervaring neemt vanzelf meer tijd voor het verwoorden van de aanpak en denkt daar ook langer over na. Als een gekozen aanpak niet succesvol is dan zoek je een andere insteek. Wat in eerste instantie vaak nog mist is de controle van (tussen)antwoorden.

Volgens Schoenfeld ziet het werk van een **ervaren leerling** er vaak als volgt uit:



Erg ervaren leerlingen springen meer (en sneller) tussen verschillende fasen heen en weer. Ze controleren (tussen)antwoorden en springen als dat nodig is ook weer terug naar de vraag:



Door de Systematische Probleem Aanpak (SPA) te gebruiken wordt je je meer bewust van de verschillende fasen. De stap van beginner naar ervaren leerling maak je meestal bewust. Als je er nu over nadenkt kan je hier direct mee beginnen. De stap naar erg ervaren leerling maak je vooral door veel te oefenen.

# Systematisch Probleem Aanpak (SPA)

Als je een probleem systematisch aanpakt gebruik je dus de vijf verschillende fasen. Als het goed is spring je van de ene naar de andere fase tijdens het zoeken naar een antwoord.

## Lezen

Bij het lezen van een probleem kijk je niet alleen naar de tekst maar tegelijkertijd naar alle gegevens die in de vraag verstopt zitten. Tijdens het lezen is het handig om de gegevens te markeren. Je kunt dit op verschillende manieren doen. Met een pen kan je twee streepjes achter een gegeven zetten (//), met potlood (en geodriehoek) kan je er een streep onder zetten, en een gegeven kan ook worden gemarkeerd.

Bij alle gegevens kijk je als eerste naar de eenheden. De eenheden moeten met elkaar kloppen en ze moeten straks ook gebruikt kunnen worden bij de berekeningen. In deze fase wordt de gestelde vraag ook duidelijk.

## Verwoorden

Het is belangrijk om een duidelijk beeld te vormen van alles wat in de tekst staat. Als er grafieken of tabellen bij zijn zoek je uit wat daar mee bedoeld wordt. Het verwoorden van het probleem gebeurt in ieder geval in je hoofd, maar moet vaak ook (deels) op papier gezet worden. Door gebruik te maken van bijvoorbeeld schetsen, grafieken, getekende erlenmeyers met pijlen en losse tekeningen voor verschillende situaties krijg je het inzicht dat je nodig hebt om de vraag aan te kunnen pakken.

# Aanpak

Als je een helder beeld van de gegevens hebt en ook een helder beeld van wat gevraagd wordt, kan je kijken hoe je het gat tussen de gegevens en wat gevraagd wordt kunt overbruggen.

## **Je hebt behoefte aan een plan.**

Je kijkt naar de gegevens, zoekt in je geheugen naar allerlei kennis die kan helpen en bedenkt een weg naar een oplossing. Maar soms lukt dat niet goed. Er zijn te veel stappen en je kan niet goed kiezen. Dan is het tijd voor een andere strategie en dan begin je achteraan (wat wordt er eigenlijk gevraagd en wat heb ik dan nodig om dat te bepalen?). Soms zijn vraagstukken eigenlijk alleen maar van achter naar voren op te lossen (bijvoorbeeld bij een terug titratie bij scheikunde). Werkt dat ook niet dan kan je ook nog naar de eenheden kijken (welke eenheden heb ik en naar welke eenheid moet ik toe werken).

Uiteindelijk moet je een aanpak kiezen, die uitvoeren en controleren of het een juist resultaat oplevert.

# Uitvoeren

Dan ga je het plan uitvoeren. Onderweg controleer je of het goed gaat en anders ga je weer terug naar de vraag en zoek je naar een andere aanpak.

# Controleren

Zorg dat je alle bewerkingen controleert. Zeker aan het einde is het belangrijk om te kijken of de vraag beantwoord is en of het resultaat wel realistisch is.

## Een voorbeeld

Een landmeter gebruikt een ijzeren meetlint van 100,000 meter. Dit meetlint is geijkt bij een temperatuur van  $20^{\circ}\text{C}$ . De landmeter meet op een warme dag een afstand op van 71,488 [m].

### Lezen

*Een landmeter gebruikt een ijzeren meetlint van 100,000 meter. Dit meetlint is geijkt bij een temperatuur van  $20^{\circ}\text{C}$ . De landmeter meet op een warme dag een afstand op van 71,488 [m].*

### Verwoorden

In dit voorbeeld is er niet direct een vraag. Toch is wel voor te stellen wat het probleem is en welke vragen je moet beantwoorden. Het meetlint wordt in twee verschillende situaties gebruikt: als het geijkt wordt EN als het gebruikt wordt om te meten.

Het probleem dat naar voren komt gaat over het (ijzeren) meetlint dat door de hogere temperatuur ten opzichte van het ijkken langer is geworden. Mogelijke vraag kan zijn "Hoe lang is het hele lint op die warme dag?".

In de tweede situatie doet de landmeter een meting die door deze hogere temperatuur niet helemaal klopt. Het meetlint heeft de goede lengte bij  $20^{\circ}\text{C}$  maar het meetlint is nu warmer en dus langer. De volgende vraag kan dan zijn: "Hoeveel wijkt de werkelijk gemeten afstand af van wat de landmeter meet?" en moet de landmeter er iets bij doen of juist iets afhalen?

Ook missen we een belangrijk gegeven bij het probleem. Er staat nergens hoe warm het is op die warme dag. Dit moet je navragen. Het blijkt  $35^{\circ}\text{C}$  te zijn.

Nu moet je even nadenken over wat er gebeurt. Het meetlint wordt langer. Dus als er met het meetlint  $100,000\text{ [m]}$  gemeten wordt is de werkelijke afstand groter. De landmeter moet bij de gemeten waarde iets optellen om het juiste resultaat te krijgen.

## Aanpak

Je maakt het volgende plan. Je berekent hoe lang het hele meetlint wordt bij  $35^{\circ}\text{C}$ . Hiervoor zoek je, via de index, in de BINAS een formule. Ook zoeken je in de BINAS iets op over het uitzetten van ijzer.

Een tweede stap is dan om te kijken naar de meetwaarde van  $71,488\text{ [m]}$ . Hiervoor kunnen je een evenredigheidstabel gebruiken. Als het hele meetlint bijvoorbeeld 1% langer wordt, dan moet je ook 1% bij de gemeten waarde optellen.

## Uitvoeren

## Controleren

De uitvoering en de controle laten we in dit voorbeeld even achterwege. Hier moeten je vooral heel nauwkeurig werken. Noteer berekeningen hierbij in **vier** stappen (formule, invullen wat je weet, uitrekenen wat je nog niet weet, juiste eenheid er achter).

Het lezen, verwoorden en bedenken van een aanpak zijn de belangrijkste stappen in het geheel. Als je een plan hebt dan is er ook een som die je kan maken. En dan heb je de belangrijkste stappen al gezet.



## Blokkades

Blokkades zijn er in vele soorten en maten en je zal in elke fase problemen ervaren. Als je weinig ervaring hebt met het aanpakken van opgaven dan heb je vanzelf meer problemen.

Als het goed is herken je zelf je blokkades bij het uitwerken van opgaven. Je kan dan nagaan waar het mis gaat en hulp vragen. Enkele veel voorkomende blokkades lopen we hier even langs.

Kennis en begrippen worden in de loop van de jaren opgebouwd. Soms is niet alle kennis meer paraat. Of heb je geen herkenning (meer) bij de begrippen die nodig zijn. Je weet de theorie wel maar komt er niet op om die te gebruiken.

Vraagstukken moeten altijd eerst onderzocht worden. Als onderzoeksvaardigheden ontbreken lukt dat niet goed. Je gaat dan snel aan het werk zonder analyse vooraf. Als je vastloopt heeft het geen zin om gewoon door te gaan maar moet je na denken wat je nu het beste kan doen.

Soms mis je het overzicht. De Systematische Probleem Aanpak (SPA) helpt om het overzicht vast te houden.

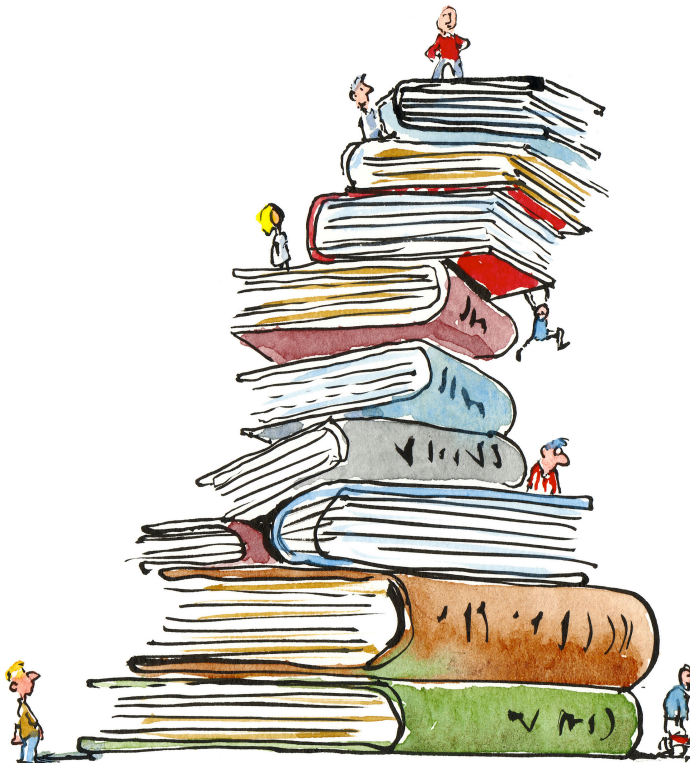
Bij de uitvoering gaat het soms toch nog mis. De structuur van beantwoorden voldoet dan niet aan de gestelde eisen. Je schrijft de gegevens niet op, bekijkt niet of de eenheden kloppen of laat eenheden helemaal weg. Berekeningen missen de vereiste vaste structuur (in 4 stappen: formule, invullen wat je weet, uitrekenen wat je wilt weten en de juiste eenheid er achter zetten) of geven niet duidelijk weer wat je doet. Slordigheid kan ook tot fouten leiden of de docent op het verkeerde been zetten bij het nakijken.

# Literatuur

Mettes en Pilot (1980). *Over het leren oplossen van natuurwetenschappelijke problemen. Een methode voor ontwikkeling en evaluatie van onderwijs, toegepast op een cursus Thermodynamika*. Proefschrift Technische Hogeschool Twente.

Schoenfeld (1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning, New York, Macmillan.

Wetering, M.van de, (2014). Praktijkonderzoek Hogeschool Utrecht: *Systematische Probleem Aanpak (SPA)*



By HikingArtist

# SPA-kaart

## Lezen

lees de tekst zorgvuldig

- geef aan welke gegevens in de vraag staan
- zoek uit wat er precies gevraagd wordt

## Verwoorden

vorm een compleet beeld van de situatie

- maak een tekening of schema als dat iets duidelijk maakt
- benoem waarom tabellen/grafieken aanwezig zijn
- bekijk welke verbanden er zijn
- bedenk welke kennis nodig is/gebruikt mag worden

## Aanpak

ga niet te vroeg rekenen, je plan is belangrijk

- maak zo mogelijk een schatting van het eindantwoord
- maak kleine stappen die je kan begrijpen
- zie je in je aanpak één of meer standaardproblemen?

## Uitvoeren

werk nauwkeurig

- noteer alles volgens afspraak, maak duidelijk wat je doet
- noteer alle eenheden

## Controleren

sla dit nooit over

- controleer elke stap en je eind antwoord
- controleer je eind antwoord met je gemaakte schatting
- is je antwoord realistisch?
- kloppen de eenheden?
- gebruik je de juiste significantie?

# Als de oplossing niet voor de hand ligt

gaat over het oplossen van vraagstukken bij bètavakken. Het oplossen van vraagstukken is in de bovenbouw ineens een stuk lastiger dan dat het in de onderbouw was. In dit boekje wordt beschreven wat er gebeurt bij de overgang van de onderbouw naar de bovenbouw.

*Als blokkades bekend zijn dan is er meestal ook wel een manier te vinden om die blokkades weg te werken. Een deel van dit boekje gaat over het oplossen van problemen op een systematische manier. De*

*Systematisch Probleem Aanpak (SPA) is een werkwijze die mogelijke blokkades eerder zichtbaar maakt. Het gaat er vooral over hoe je uitzoekt hoe je het gat tussen de vraag en het antwoord kan overbruggen.*

**Leerlingen denken dat ze overzichtelijk werken maar doen dat niet.**

van de Wetering (2014)



Bernard